

Extrait du Projet 22

<http://www.projet22.com/aux-frontieres-de-la-science/mathematiques-et-logique/carre-latin.html>

Carré Latin

- Aux frontières de la science - Mathématiques et logique -

Date de mise en ligne : mercredi 3 août 2011

Description :

Leur origine remonte au Moyen Age. Euler les baptisa carrés latins, et les étudia. Un carré latin a pour condition ou la somme de chaque lignes et colonne sont identiques. A la différence d'un carré magique, ou il faut rajouter la somme des diagonales à la condition du carré latin.

Projet 22

Sommaire

- [Définition](#)
- [Différents types de carré \(...\)](#)
 - [Carré latin normalisés](#)
 - [Carré latin élémentaire](#)
 - [Carré latin diagonale](#)
 - [carré latins est dit symétriqu](#)
- [carré latins est dit greco-​​​​la](#)
 - [Pro-blème des 36 officiers](#)
- [carré arabo-​​​​greco-​​​​latin](#)
- [carré magique](#)
- [Sudoku](#)
- [Nombre de carré latin pour \(...\)](#)
 - [Remarques](#)

Définition

les cases d'un carré latin $n \times n$ sont rem-plies par des mêmes éléments (lettres, nombres, figures géo-mé-triques) dis-tinctes en ligne et en colonne. On utilise donc n lettres (remarquer ici les per-mu-ta-tions cir-cu-laires sur les lignes et les colonnes). Chaque ligne (ou colonne) s'obtient par per-mu-tation des n éléments. dans chaque ligne, chaque colonne, on ne trouve qu'une fois et une seule les n éléments.

A	B	C			
B	C	A	C	A	B

Carré latin $n=3$ dit nor-malisé car pre-miere ligne : ABC et pre-miere colonne : ABC

Différents types de carré latin

Carré latin normalisés

Le carré est nor-malisé si les chiffres suc-cessifs appa-raissent dans l'ordre en pre-mière ligne, et pre-mière colonne.

Carré latin élémen-taire

Carré latin dont on décale d'un cran à chaque ligne

Carré Latin

9	7	5	3
5	3	9	7
3	5	7	9
7	9	3	5

La somme des lignes de notre série (9 7 5 3) et des colonnes : $9+7+5+3= 24$

Carré latin dia-gonale

Si chacune des deux dia-go-nales est com-posée d'éléments dif-fé-rents, le carré est dit diagonal.

carré latins est dit symé-trique

Si chaque paire d'éléments conjugués sur une dia-gonale est iden-tique, le carré est dit symétrique.

carré latins est dit greco- latin

Un carré obtenu par l'assemblage de deux carré latins est dit greco- latin. Ils sont ainsi nommés depuis le mathé-ma-ticien suisse Leon-hardt Euler qui les avait com-posés avec des lettres grecques et latines.

Pro-blème des 36 offi-ciers

prenons : 36 offi-ciers, 6 régi-ments et 6 grades. Un tableau 6x6 soit 36 repré-sentant les 36 offi-ciers Chaque ligne etre composé de tous les grades et tous les régiments.

Leonhard Euler a travaillé sur ce problème en 1782 et dira :

« Or, après toutes les peines qu'on s'est données pour résoudre ce pro-blème, on a été obligé de recon-naître qu'un tel arran-gement est abso-lument impos-sible, quoiqu'on ne puisse pas en donner de démons-tration rigou-reuse. »

Ainsi en 1958, R. C. Bose, E. T. Parker et S. S. Shri-khande ont démontré qu'il existe des carrés gréco- latins de tous les ordres, sauf d'ordres 2 et 6.

carré arabo- greco- latin

Com-bi-naison de 3 carrés latins, dont chaque symbole est une fois par ligne et par colonne, et chaque paire de sym-boles une fois et une seule.

carré magique

Prenons 2 carrés latin dit normal/ naturel, soit composé des n pre-miers entiers

1	3	2	4
4	2	3	1
3	1	4	2
2	4	1	3

Carré A

1	4	3	2
3	2	1	4
2	3	4	1
4	1	2	3

Carré B

Combinons, les carrés latin A et B

1,1	3,4	2,3	4,2
4,3	2,2	3,1	1,4
3,2	1,3	4,4	2,1
2,4	4,1	1,2	3,3

Carré gréco- latins ou Eulérien d'ordre 4

Nous obtenons un carré eulérien du fait que les couples formés par leur super-po-sition sont tous différents.

Pour construire le carré magique à l'aide de nos 2 carrés latin et puis du carré eulérien, il faut appliquer la règle ci- dessous : M : La construction du carré Magique n : nombre d'élément $M = n (A - 1) + A'$ et avec $n = 4 : M = 4 (A - 1) + A'$

1	12	7	14
15	6	9	4
10	3	16	5

8	13	2	11
---	----	---	----

Carré magique dit pan-dia-gonal obtenu avec les 2 carrés latin A et B

Sudoku

Les grilles de Sudoku sont des carrés latins, la table d'addition modulo 10 est un carré latin... Le sudoku est un carré latin d'ordre 9, où les per-mu-ta-tions sont telles que chacun des neuf sous- carrés contient les nombres de 1 à 9.

En 1782, le mathé-ma-ticien suisse Leonhard Euler, sur la base du carré latin, approche de la forme que nous connaissons du Sudoku, avec le jeu des 36 offi-ciers, uti-lisant donc des sym-boles et des règles plus strictes que le Sudoku.

Des grilles sont publiés à la fin du XIXème siècle dans des journaux français, avec tou-tefois quelques règles de contraintes sup-plé-men-taires à la forme que nous connaissons.

C'est Howard Garns en 1979 qui donne au jeu sa forme actuelle. Les grilles sont publiées aux Etats- Unis. Le jeu est introduit en 1984 au Japon sous le nom de Sudoku et arrive en France en 2005.

Nombre de carré latin pour n

Carré latin d'ordre n =1 possèdent 1 carrés latin

Carré latin d'ordre n =2 pos-sèdent 2 carrés latin

Carré latin d'ordre n =3 pos-sèdent 12 carrés latin

Carré latin d'ordre n =4 pos-sèdent 576 carrés latin

Carré latin d'ordre n =5 pos-sèdent 161 280 carrés latin

Carré latin d'ordre n =6 pos-sèdent 812 851 200 carrés latin

Carré latin d'ordre n =7 pos-sèdent 61 479 419 904 000 carrés latin

Carré latin d'ordre n =8 pos-sèdent 108 776 032 459 082 956 800 carrés latin

Carré latin d'ordre n =9 pos-sèdent 5 524 751 496 156 892 842 531 225 600 carrés latin

Carré latin d'ordre n =10 pos-sèdent 9982437658213039871725064756920320000 carrés latin

Remarques

Toutes les com-bi-naisons sont des mul-tiples de 9 à partir de n=4 ainsi ils obéissent à la règle du [chiffre 9](#) au moins jusqu'à l'ordre 10

n(4) : 576/ 9= 64

n(5) : 161 280/ 9= 17920

n(6) : 812 851 200/9=90 316 800

n(7) : 61 479 419 904 000/9=6 831 046 656 000

n(8) : 108 776 032 459 082 956 800/9=12 086 225 828 786 995 200

n(9) : 5 524 751 496 156 892 842 531 225 600/9=613 861 277 350 765 871 392 358 400

Carré Latin

$n(10) : 9982437658213039871725064756920320000/9=11\ 091\ 597\ 398\ 014\ 488\ 746\ 361\ 183\ 063\ 245$

Il n'y a pas de for-mules pour connaitre le nombre de carré de latin lorsque n est grand.